1) A análise do comportamento dinâmico de um sistema consiste na determinação das suas propriedades dinâmicas e/ou na determinação da resposta a determinado tipo de solicitação.

Para um sistema vibratório com um grau de liberdade, ligeiramente amortecido e com condições iniciais nulas, designando a função de resposta impulsiva por $h(t)$,

a) estabelecer a expressão da resposta $x(t)$ a uma solicitação transiente genérica $f(t)$.

Caracterizar e esboçar graficamente a resposta $x(t)$ para as seguintes solicitações:

b) solicitação impulsiva aplicada no instante $t=\tau$;

c) solicitação em degrau aplicada no instante $t=\tau$.

Para uma solicitação $f(t)$ harmónica, esboçar graficamente em função da frequência e para dois valores distintos da razão de amortecimento,

d) a amplitude da resposta e a fase, e a amplitude da força transmitida ao apoio.

Normalmente, o valor do amortecimento (razão de amortecimento) dum sistema é determinado experimentalmente.

e) Referir sucintamente dois métodos expeditos de identificação da razão de amortecimento.

2) A análise do comportamento dinâmico de um sistema pode basear-se num modelo discreto com n graus de liberdade, cujo modelo espacial é do tipo $[m]\{\ddot{x}\}+[k]\{x\}=\{f\}$.

a) Definir coeficientes de influência de flexibilidade e de rigidez;

b) Estabelecer a relação existente entre a matriz de flexibilidade e a matriz de rigidez;

c) Caracterizar as matrizes de massa e de rigidez do modelo espacial.

3) O comportamento dinâmico de um sistema amortecido com n graus de liberdade é governado pelo sistema de equações diferenciais $[m]\{\ddot{x}(t)\}+[c]\{\dot{x}(t)\}+[k]\{x(t)\}=\{f(t)\}$ e pelas condições iniciais $\{x(t=0)\}=\{x\}_0$ e $\{\dot{x}(t=0)\}=\{\dot{x}\}_0$.

a) Indicar as propriedades em que assenta a técnica da análise modal e o interesse desta técnica na determinação do regime forçado;

b) Justificar a utilização da análise modal truncada. Comentar a influência, na precisão da resposta, dos modos naturais de vibração considerados na análise modal truncada.

c) Indicar os pressupostos dos métodos de integração directa das equações diferenciais do movimento;

d) Caracterizar o método das diferenças finitas como método de integração directa.

4) O comportamento dinâmico de um sistema contínuo é descrito por uma equação diferencial de derivadas parciais e respectivas condições de fronteira e condições iniciais.

a) Exprimir, numa forma genérica, a resposta $v(x,t)$ duma viga a uma solicitação $f(x,t)$, utilizando a sobreposição modal;

b) Comentar a influência do número de modos naturais de vibração, considerados na análise modal truncada, na precisão da resposta da viga em termos [illegible] do deslocamento $v(x,t)$, do momento fletor $M_f(x,t)$ e do esforço transverso $T(x,t)$.

Exame de 2004 - 01 - 16

Parte Teórica

2) a) Coeficientes de influência de flexibilidade: a_{ij} correspondem a um deslocamento segundo o grau de liberdade i provocado por uma força unitária aplicada segundo o grau de liberdade j.

Coeficientes de influência de rigidez: K_{ij} correspondem a uma força aplicada segundo o grau de liberdade i provocada por um deslocamento unitário segundo o grau de liberdade j, quando todos os pontos (ou graus de liberdade) à excepção do ponto j estão fixos.

b) $[a] = [K]^{-1}$ V $[K] = [a]^{-1}$

c) Matriz de massa: matriz definida positiva (todos os valores próprios são positivos não nulos) e simétrica

Matriz de rigidez: matriz, geralmente, definida positiva mas no caso de sistemas semi-definidos (que admitem movimentos de corpo rígido) passa a ser semi-definida positiva (valores próprios nulos e/ou positivos); é também uma matriz simétrica.

VF

3. a) A análise modal baseia-se na projecção do sistema de equações diferenciais algébricas numa base modal que é constituída por n vectores modais linearmente independentes (ortogonais). Ao se fazer essa transformação de coordenadas consegue-se desacoplar o sistema em termos de inércia e de rigidez e, para certas condições (proporcionalidade ou Caughey), de amortecimento, podendo resolver cada equação da mesma forma que se resolve a equação diferencial de um sistema com um grau de liberdade.

b) A análise modal truncada permite através da selecção dos modos de vibração mais influentes na resposta determinar uma boa aproximação dessa resposta com um esforço computacional substancialmente reduzido. A precisão da resposta depende da selecção dos referidos modos que deve ser feita de forma às frequências naturais dos mesmos estarem contidas na banda de frequências de excitação e que deve incluir os modos correspondentes às frequências naturais mais baixas.

c) . Discretizar em instantes de tempo t_i as equações diferenciais de movimento;
. Verificar todas as equações diferenciais de movimento para os instantes de tempo discretizados;
. Estabelecer uma variação do deslocamento, velocidade ou aceleração entre os instantes de tempo sucessivos

d) . Método explícito
. Não tem arranque próprio
. Condicionalmente estável

4. a) $$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}\right) + \rho A(x)\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = f(t)$$

Como: $v(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x)\cdot\eta_i(t)$ $\quad p(x)\,g(t)$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{d^2}{dx^2}\left(EI(x)\frac{d^2\phi_i(x)}{dx^2}\right)\eta_i(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \rho A(x)\phi_i(x)\frac{d^2\eta(t)}{dt^2} = f(t)$$

c q d.

b) Para o deslocamento a influência é caracterizada por $\frac{1}{s^4}$, para o momento fletor é $\frac{1}{s^2}$ e para o esforço transverso é de $\frac{1}{s}$, com s representando o nº de ordem dos modos naturais. Assim vê-se que a influência dos modos de frequência mais alta é pequena para a resposta em deslocamento, é maior para o momento fletor e ainda mais influente para o esforço transverso